

Урок по геометрии в 9 классе «Решение треугольников».

Цели урока:

- систематизировать и обобщить знания учащихся по теме «Треугольники»: закрепить знания учащихся по методам решения треугольников, знание теорем о сумме углов треугольника, синусов, косинусов, тангенсов и котангенсов углов, теоремы Пифагора, теорем синусов и косинусов, отрабатывать навыки применения их в ходе решения задач.
- способствовать формированию умений применять приемы: сравнения, обобщения, выделения главного, переноса знаний в новую ситуацию, анализировать условие задачи, составлять модель решения.
- способствовать развитию умений и навыков применять математические знания к решению практических задач, ориентироваться в простейших геометрических конструкциях.
- содействовать воспитанию интереса к математике, активности, мобильности, умения общаться.

Задачи урока:

1. Выявить уровень подготовки учащихся по геометрии по данной теме.
2. Помочь в развитии и самореализации творческих способностей личности; обучить приемам организации интеллектуального труда.
3. Научить учащихся находить главное.
4. Продолжить воспитание у учащихся уважительного отношения друг к другу, чувства товарищества, культуры общения, чувства ответственности.

Оборудование:

- таблицы с изображением треугольников;
- карточки с формулами;
- калькуляторы;
- таблицы Брадиса;
- проектор;
- ноутбук.

План урока

Содержание этапов урока	Виды и формы работы
1. Организационный момент.	1. Приветствие учащихся. 2. Постановка целей урока и знакомство учащихся с планом урока.
2. Обобщение и коррекция опорных знаний по теме «Решение треугольников». <i>Стадия вызова.</i>	Теоретический опрос. Повторение некоторого теоретического материала по теме: «Треугольник».(Сл. №2)
3. Контроль знаний по теме урока. Темы заданий: «Нахождение синусов, косинусов, тангенсов и котангенсов углов. Площадь треугольника. Теорема Пифагора.»	Самостоятельная работа на решение задач ОГЭ по готовым чертежам с последующей самопроверкой (презентация- слайд № 3)

4. Актуализация проблемы . <i>Стадия осмысления.</i>	Рассказ учителя с наглядными примерами о необходимости умения решать данные задачи на практике (презентация- слайды № 4, 5).
5.Решение четырех видов задач по теме. Нахождение трех элементов треугольника по трем известным. <i>Работа с текстом по группам (метод «Зигзаг»).</i>	Работа в группах по 4 человека. Решение осуществляется по составленной учителем программе. Каждая группа решает задачу одного вида.
6.Решение задач на нахождение неизвестных элементов треугольника по трем известным.	Каждой группе предлагается набор треугольников, для которых нужно измерить три элемента, а остальные вычислить.
7. Меняются группы. Каждый под своим номером собирается в группы №1, №2, №3, №4. Рассказывают, как решили задачу.	Ход решения задач.
8. Возвращение к самостоятельной работе. Выполнение каждым учащимся творческого задания. <i>Стадия рефлексии.</i>	Каждому учащемуся необходимо придумать и решить задачу с практическим применением- на нахождение расстояния до недоступной точки.
9. Деятельность учащихся по самостоятельному применению знаний и умений при решении геометрических задач. <i>Стадия рефлексии.</i>	Решение задач из сборника ЕГЭ (работа в тетрадях), <i>с последующей проверкой. Выполнение тестовых заданий.</i>
10. Подведение итогов урока.	1. Домашнее задание 2. Рефлексия урока учащимися и учителем 3. Выставление оценок

Ход урока

1. Организационный момент.

2. Обобщение и коррекция опорных знаний по теме «Решение треугольников»

Стадия вызова.

Теоретический опрос у доски: записать на доске определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса острого угла прямоугольного треугольника, формулы площадей треугольника, теорему Пифагора, формулы приведения, теорему синусов, косинусов, решение треугольников в общем виде- 4 вида задач(с целью обобщения и систематизации знаний и использования как опорно-наглядный материал в течении урока) . В это время с остальными учащимися проводится опрос с места на определение истинности (ложности) утверждения и правильности формулировок определений (закрепление материала и устный контроль знаний.) Сл. №2:

- 1) В треугольнике против угла в 150° лежит большая сторона. (И)
- 2) В равностороннем треугольнике внутренние углы равны между собой и каждый равен 60° .(И)
- 3) Существует треугольник со сторонами: 2 см, 7 см, 3 см. (Л)
- 4) Прямоугольный равнобедренный треугольник имеет равные катеты. (И)

- 5) Если один из углов при основании равнобедренного треугольника равен 50° , то угол, лежащий против основания, равен 90° . (Л)
- 6) Если острый угол прямоугольного треугольника равен 60° , то прилежащий к нему катет равен половине гипотенузы. (И)
- 7) В равностороннем треугольнике все высоты равны. (И)
- 8) Сумма длин двух сторон любого треугольника меньше третьей стороны. (Л)
- 9) Существует треугольник с двумя тупыми углами. (Л)
- 10) В прямоугольном треугольнике сумма острых углов равна 90° . (И)
- 11) Если сумма двух углов меньше 90° , то треугольник тупоугольный. (И)

3. Самостоятельная работа на решение задач ОГЭ по готовым чертежам с последующей самопроверкой (презентация- слайд № 3)

4. Во всяком треугольнике есть 6 основных элементов: 3 стороны и 3 угла. В теме “Решение треугольников” ставится вопрос о том, как, зная одни из основных элементов, найти другие.

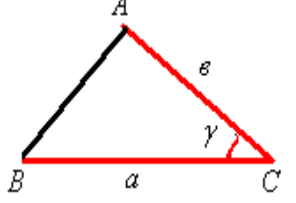
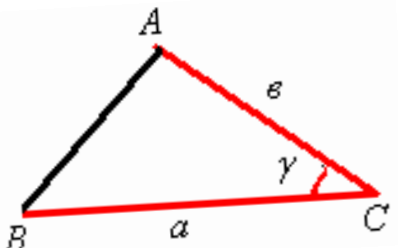
Решением треугольника называется нахождение всех его шести элементов (т. е. трех сторон и трех углов) по каким-нибудь трем данным элементам, определяющим треугольник. Умение решать данные задачи зачастую необходимы в жизни. (Примеры из презентации- Сл.№ 4,5)

5.6 . Стадии осмысления

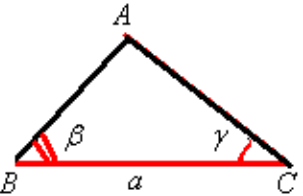
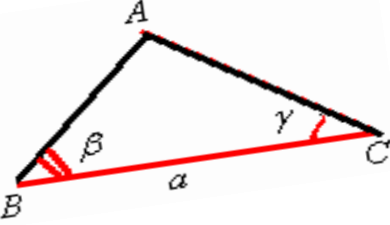
(Работа с текстом по группам (метод «Зигзаг»)).

Класс разбивается на четыре группы, в каждой группе 4 человека. Каждый ученик группы под своим номером. (Каждой группе выдаются модели геометрических фигур, инструменты, программы для решения задач, коллективный разбор решения задачи).

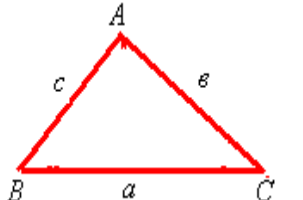
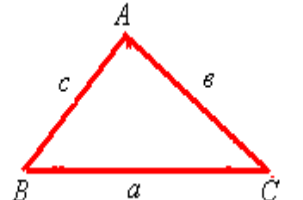
Группа 1. Решить треугольник по двум сторонам и углу между ними;

	<p>Дано: $\triangle ABC$, $a=12\text{см}$, $b=8\text{см}$, $\angle C=60^\circ=\gamma$;</p> <hr/> <p>Найти: $AB = c$, $\angle B = \beta$ $\angle A = \alpha$.</p>		<p>Измерьте с помощью инструментов три элемента треугольника, вычислите остальные, проверьте свои вычисления измерением.</p>
<p>1) Сторону находим по теореме косинусов, $c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma}$. $c =$ $c \approx$</p>		<p>1) Сторону находим по теореме косинусов, $c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma}$. $c =$ $c \approx$</p>	
<p>2) По теореме косинусов находим косинус α $\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = -$ $\cos \alpha \approx 0.189$ $\alpha \approx 79^\circ$ по Таблице Брадиса</p>		<p>2) По теореме косинусов находим косинус α $\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = -$ $\cos \alpha \approx$</p>	
<p>3) Третий угол найдите по теореме о сумме углов треугольника: $\angle B = \beta$</p>		<p>3) Третий угол найдите по теореме о сумме углов треугольника: $\angle B = \beta$</p>	
<p>Ответ:</p>		<p>Ответ:</p>	

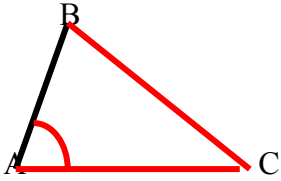
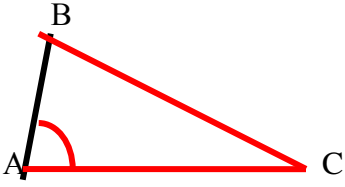
Группа 2. Решите треугольник по стороне и прилежащим к ней углам

	<p>Дано: $\triangle ABC$, $a=5\text{см}$, $\angle B = \beta = 30^\circ$ $\angle C = 45^\circ = \gamma$;</p> <hr/> <p>Найти: $AB = c$, $AC = b$; $\angle A = \alpha$.</p>		<p>Измерьте с помощью инструментов три элемента треугольника, вычислите остальные, проверьте свои вычисления.</p>
<p>1) Третий угол найдите по теореме о сумме углов треугольника: $\angle A = \alpha =$</p>	<p>1) Третий угол найдите по теореме о сумме углов треугольника: $\angle A = \alpha =$</p>	<p>1) Третий угол найдите по теореме о сумме углов треугольника: $\angle A = \alpha =$</p>	
<p>2) По теореме синусов находим сторону b;</p> $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$ $b = a \times \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = 5 \times \frac{\sin 30}{\sin 105} \approx \frac{0.500}{0.966} \approx 2.59$	<p>2) По теореме синусов находим сторону b;</p> $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$ $b = a \times \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} =$	<p>2) По теореме синусов находим сторону b;</p> $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$ $b = a \times \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} =$	
<p>3) По теореме синусов находим сторону c;</p> $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{c}{\sin \gamma}$ $c = a \times \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha} = 5 \times \frac{\sin 45}{\sin 105} \approx \frac{0.}{0.966} \approx$	<p>3) По теореме синусов находим сторону c;</p> $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{c}{\sin \gamma}$ $c = a \times \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha} =$	<p>3) По теореме синусов находим сторону c;</p> $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{c}{\sin \gamma}$ $c = a \times \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha} =$	
<p>Ответ:</p>		<p>Ответ:</p>	

Группа 3. Решить треугольник по трем сторонам.

	<p>Дано: $\triangle ABC$, $a=2\text{см}$, $b=3\text{см}$; $c=4\text{см}$</p> <hr/> <p>Найти: $\angle B = \beta$; $\angle A = \alpha$; $\angle C = \gamma$;</p>		<p>Измерьте с помощью инструментов три элемента треугольника, вычислите остальные, проверьте свои вычисления.</p>
<p>1) По теореме косинусов находим косинус α</p> $\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{9 + 16 - 4}{2 \times 3 \times 4} = \frac{7}{8} \approx 0.875$ <p>$\cos \alpha \approx 0.875$ $\alpha \approx 29^\circ$ по Таблице Брадиса</p>	<p>1) По теореме косинусов находим косинус α</p> $\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} =$ <p>$\cos \alpha \approx$</p>	<p>1) По теореме косинусов находим косинус α</p> $\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} =$ <p>$\cos \alpha \approx$</p>	
<p>2) По теореме косинусов находим косинус β</p> $\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{4 + 16 - 9}{2 \times 2 \times 4} \approx 0.688$ <p>$\cos \beta \approx 0.688$ $\beta \approx 47^\circ$ по Таблице Брадиса</p>	<p>2) По теореме косинусов находим косинус β</p> $\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} =$ <p>$\cos \beta \approx$</p>	<p>2) По теореме косинусов находим косинус β</p> $\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} =$ <p>$\cos \beta \approx$</p>	
<p>3) Третий угол найдите по теореме о сумме углов треугольника: $\gamma =$</p>	<p>3) Третий угол найдите по теореме о сумме углов треугольника: $\gamma =$</p>	<p>3) Третий угол найдите по теореме о сумме углов треугольника: $\gamma =$</p>	
<p>Ответ:</p>		<p>Ответ:</p>	

Группа 4. Решить треугольник по двум сторонам и прилежащему к одной из них углу.

	<p>Дано: $\triangle ABC$, $a=6\text{см}$, $b=8\text{см}$, $\angle A=\alpha=30^\circ$</p> <hr/> <p>Найти: $AB=c$, $\angle B=\beta$ $\angle C=\gamma$</p>		<p>Измерьте с помощью инструментов три элемента треугольника, вычислите остальные, проверьте свои вычисления.</p>
<p>1) По теореме синусов находим синус угла В;</p> $\sin \beta = \frac{b}{a} \times \sin \alpha$ $\sin \beta = \frac{8}{6} \times \sin 30 \approx 0.667$ <p>Этому значению соответствуют два угла; $\beta_1 \approx 42^\circ$ и $\beta_2 \approx 138^\circ$</p>	<p>1) По теореме синусов находим синус угла В;</p> $\sin \beta = \frac{b}{a} \times \sin \alpha$ $\sin \beta = \dots$ <p>Этому значению соответствуют два угла; $\beta_1 \approx \dots$ и $\beta_2 \approx \dots$</p>		
<p>2) Если $\beta_1 \approx 42^\circ$, то $\gamma_1 = 180^\circ - \alpha - \beta = 108^\circ$</p> <p>Если $\beta_2 \approx 138^\circ$, $\gamma_2 = 180^\circ - \alpha - \beta = 12^\circ$</p>	<p>2) Если $\beta_1 \approx \dots$, то $\gamma_1 = 180^\circ - \alpha - \beta = \dots$</p> <p>Если $\beta_2 \approx \dots$, $\gamma_2 = 180^\circ - \alpha - \beta = \dots$</p>		
<p>3) По теореме синусов находим третью сторону:</p> <p>Если, $\beta_1 \approx 42^\circ$, то $\gamma_1 = 180^\circ - \alpha - \beta = 108^\circ$,</p> $c_1 = \frac{a \times \sin \gamma_1}{\sin \alpha} \approx 6 \times \frac{\sin 108^\circ}{\sin 30^\circ} \approx 6 \times \frac{0.951}{0.500} \approx 11.4,$	<p>3) По теореме синусов находим третью сторону:</p> <p>Если, $\beta_1 \approx \dots$, $\gamma_1 = 180^\circ - \alpha - \beta = \dots$,</p> $c_1 = \frac{a \times \sin \gamma_1}{\sin \alpha} \approx \dots,$		
<p>4) Если $\beta_2 \approx 138^\circ$, $\gamma_2 = 180^\circ - \alpha - \beta = 12^\circ$, то</p> $c_2 \approx 2.49$	<p>4) Если $\beta_2 \approx \dots$, $\gamma_2 = 180^\circ - \alpha - \beta = \dots$, то</p>		
<p>Ответ:</p>			

7. Меняются группы. Каждый под своим номером собирается в группы №1, №2, №3, №4. Рассказывают, как решили треугольник.

8. Возвращение к самостоятельной работе. Выполнение каждым учащимся творческого задания. *Стадия рефлексии*. Каждому учащемуся необходимо придумать и решить задачу с практическим применением - нахождение расстояния до недоступной точки.

9. Деятельность учащихся по самостоятельному применению знаний и умений при решении геометрических задач *Стадия рефлексии*. Решение задач из сборника ЕГЭ (работа в тетрадях), с последующей проверкой. *Выполнение тестовых заданий*.

10. Подведение итогов урока. Выставление оценок. Домашнее задание - индивидуальная или групповая работа: а) Вычислите неизвестные элементы треугольника ABC:

№	a	b	c	$\angle A$	$\angle B$	$\angle C$
1	3		2		60°	
2		3	4	135°		

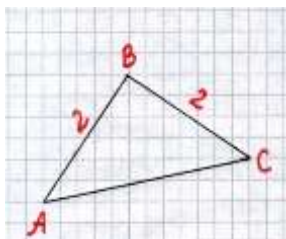
3	2,4	1,3				28°
4	5				30°	45°
5	2	4		60°		
6	7	2	8			
7		12		36°	25°	
8			14	64°	48°	
9	3	5				60°
10	15	24	18			

б) Выполнить программированные задания из тестов. Программа позволяет сразу оценить знания учащихся.

Тест по теме "Решение треугольников" Вариант 1

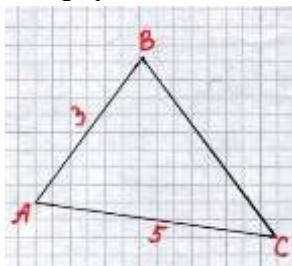
В заданиях №1-4 выберите правильный ответ и занесите его номер в таблицу на Листе I, щёлкнув ЛКМ на вкладке Лист I в левом нижнем углу экрана.

1. В треугольнике ABC $AB=BC=2$. Если $\cos B = -1/8$, то сторона AC **равна**:



- 1) $\sqrt{7}$
- 2) 7
- 3) 3
- 4) 9

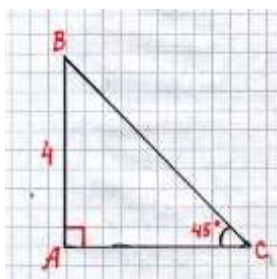
2. В треугольнике ABC сторона $AB=3$, сторона $AC=5$. Тогда отношение $(\sin B):(\sin C)$ **равно**:



- 1) 5 / 3
- 2) 3 / 5
- 3) 4 / 5
- 4) 5 / 4

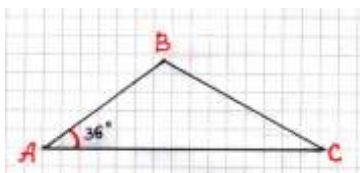
3. В прямоугольном треугольнике ABC угол $C=45^\circ$. Если $AB=4$, то гипотенуза BC **равна**:

3.



- 1) 8
- 2) $4\sqrt{3}$
- 3) $2\sqrt{2}$
- 4) $4\sqrt{2}$

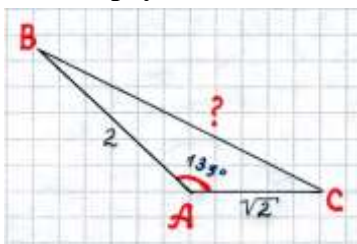
4. В треугольнике ABC $AB=2$, $BC=3$. Если угол $A=36^\circ$, то



- 1) угол B тупой
- 2) угол B прямой
- 3) угол B острый
- 4) тип угла B установить нельзя

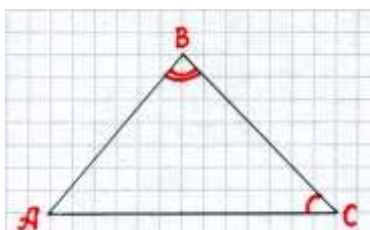
В заданиях №1-4 выберите правильный ответ и занесите его номер в таблицу на Листе 1, щёлкнув ЛКМ на вкладке Лист 1 в левом нижнем углу экрана.

1. В треугольнике ABC $AB=2$, $AC=\sqrt{2}$. Если угол $A = 135^\circ$, то сторона **BC** равна:



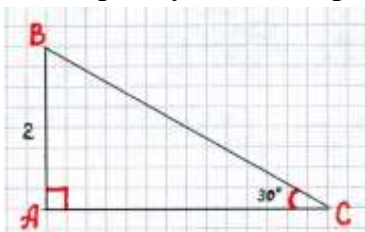
- 1) $\sqrt{2}$
- 2) $\sqrt{10}$
- 3) 2
- 4) $2\sqrt{2}$

2. В треугольнике ABC $\sin C = 1/2$, $\sin B = 1/3$. Тогда отношение **AC:AB** равно:



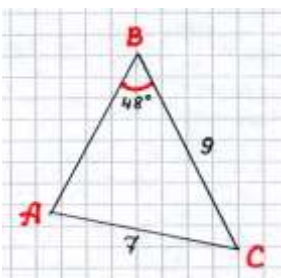
- 1) $1/2$
- 2) $1/3$
- 3) $2/3$
- 4) $3/2$

3. В прямоугольном треугольнике ABC угол $C=30^\circ$. Если катет $AB=2$, то катет **AC** равен:



- 1) 3
- 2) $2\sqrt{3}$
- 3) $2\sqrt{3}/3$
- 4) 4

4. В треугольнике ABC $BC = 9$, $AC = 7$. Если угол $B = 48^\circ$, то

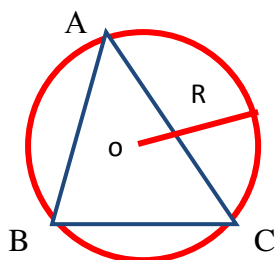


- 1) угол C прямой
- 2) угол C острый
- 3) угол C тупой
- 4) тип угла C установить нельзя

Памятка. Решение треугольников.

Задача состоит в нахождении неизвестных элементов треугольника по известным трем элементам.

Необходимо знать.



1) Теорему о сумме углов в треугольнике:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

2) Теорему косинусов:

$$c^2 = a^2 + d^2 - 2ab \cos \gamma$$

3) Теорему синусов:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

4) Против большей стороны лежит больший угол, против меньшей стороны лежит меньший угол.

5) Формулы приведения:

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$$

6) Основное тригонометрическое тождество:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$0 \leq \alpha \leq 180^\circ$$

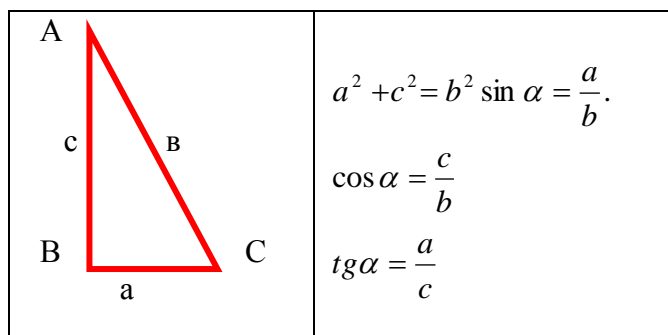
$$0 < \sin \alpha \leq 1$$

$$-1 < \cos \alpha < 1$$

7) Умение работать с таблицей Брадиса;

9) Тригонометрические функции углов.

8) Теорема Пифагора.



α	30°	45°	60°
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$